



باسمه تعالی  
جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش

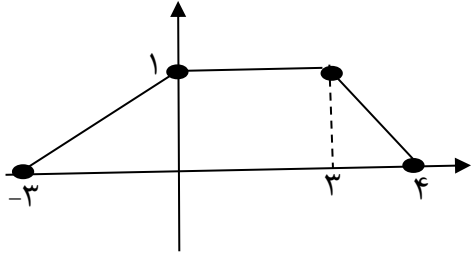


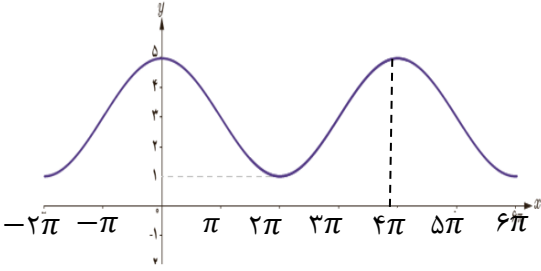
اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج

امتحانات نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

|                        |                          |                |
|------------------------|--------------------------|----------------|
| نام و نام خانوادگی:    | آزمون درس : حسابان ۲     | نمره به عدد:   |
| تهیه و تنظیم : فراهانی | تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۲ | نمره به حروف:  |
| کلاس: دوازده ریاضی     | مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه    | تعداد صفحات: ۴ |

| ردیف | سوال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | بارم |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید .<br>الف) هر تابع اکیدا یکنوا یک به یک و معکوس پذیر است .<br>ب) دوره تناوب تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ برابر $2\pi$ است .<br>پ) تابع تانژانت در بازه $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ اکیدا صعودی است .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۰/۷۵ |
| ۲    | جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید .<br>الف) تابع چند جمله ای $y = x(x+1)^2 - x^3$ ، نسبت به متغیر $x$ از درجه ..... می باشد .<br>ب) در بازه $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، ..... نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد .<br>پ) اگر مقدار $a$ برابر ..... باشد ، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است .                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۰/۷۵ |
| ۳    | گزینه مناسب را انتخاب کنید .<br>الف) نمودار تابع $y = f(x)$ را یک واحد به چپ منتقل می کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می کنیم. ضابطه تابع حاصل کدام است ؟<br>(۱) $y = 2f(1-x)$ (۲) $y = -2f(x+1)$<br>(۳) $y = 2f(-2x+2)$ (۴) $y = -f(2x+2)$<br>ب) اگر دامنه تابع $f$ بازه $D_f = [-1, 4]$ باشد ، دامنه تابع $g(x) = -3f\left(-\frac{x}{3} + 2\right)$ کدام است ؟<br>(۱) $[-4, -6]$ (۲) $[-4, 6]$ (۳) $[3, -12]$ (۴) $[-3, 12]$<br>پ) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^5 + x^2 + 1}{6x^b - 1} = \frac{-4}{3}$ ، $a + b$ کدام است ؟<br>(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲ | ۱/۵  |

|   |                                                                                                                                                                                                                                     |   |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۴ | <p>با توجه به نمودار <math>y = f(x)</math> ، نمودار <math>y = 2f(2x + 1)</math> را رسم کنید .</p>                                                  | ۱ |
| ۵ | <p>ابتدا نمودار تابع <math>f(x) = x^3 + 3x(1 - x)</math> را رسم کنید ، سپس اکیدا یکنوایی تابع را در تمام دامنه خود بررسی کنید.</p>                                                                                                  | ۱ |
| ۶ | <p>اگر تابع <math>f = \{2, 2m + 3\}(1, 6)(3, -4)</math> نزولی اکید باشد ، محدوده <math>m</math> را به دست آورید .</p>                                                                                                               | ۱ |
| ۷ | <p>اگر <math>2^{3-x^2} &lt; \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}</math> باشد ، حدود <math>x</math> را به دست آورید .</p>                                                                                                                   | ۱ |
| ۸ | <p>اگر چند جمله ای <math>p(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1</math> بر چند جمله ای <math>(x - 2)</math> و <math>(x + 1)</math> بخش پذیر باشد ، باقی مانده تقسیم <math>p(x)</math> بر چند جمله ای <math>(2x - 1)</math> را به دست آورید .</p> | ۱ |

|     |                                                                                                                                                                                                                        |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | شماره صندلی :<br>نام خانوادگی :<br>نام درس : حسابان ۲<br>پایه : ریاضی<br>مهر دبیرستان :<br>صفحه : ۳                                                                                                                    |
| ۱   | ۹ چند جمله ای $x^5 + ۳۲$ را بر حسب عامل $x + ۲$ تجزیه کنید .                                                                                                                                                           |
| ۱/۵ | ۱۰ نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است . مقادیر $a, b, c$ را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید .<br> |
| ۱/۵ | ۱۱ معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید .                                                                                                                                                              |
| ۱   | ۱۲ مثلثی با مساحت $۲\sqrt{۲}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن ۲ و ۴ سانتی متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت می توان ساخت ؟                                                                          |
| ۲   | ۱۳ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .<br>الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9}$                                                 |

۱۴

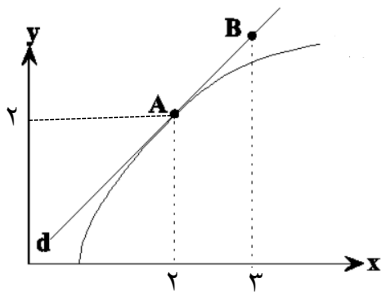
مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع  $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$  را در صورت وجود بیابید .

۱/۵

۱۵

برای تابع  $f$  در شکل مقابل داریم  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$  ، با توجه به شکل عرض نقطه  $B$  را به دست آورید .

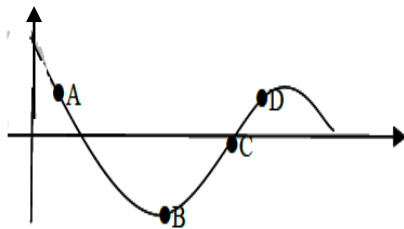
۱



۱۶

نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های داده شده در جدول نظیر کنید .

۱



|      |   |   |               |    |
|------|---|---|---------------|----|
| شیب  | ۱ | ۰ | $\frac{1}{2}$ | -۲ |
| نقطه |   |   |               |    |

۱۷

مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 4|$  را در نقطه  $x = 2$  بررسی کنید .

۱/۵



باسمه تعالی  
اداره کل آموزش و پرورش استان البرز  
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۱ کرج  
راهنمای تصحیح سوالات



نام و نام خانوادگی طراح سوال: ..... پایه / رشته: ..... تعداد سوالات: ۱۷ تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۳/۱۲  
درس: حساب ۲

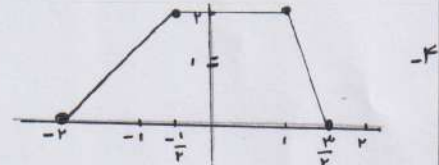
۱- الف، درست      ب، نادرست      ج، ۱ درست

۲- الف، دوم ۲      ب، پایین تر      ج، ۱ ص

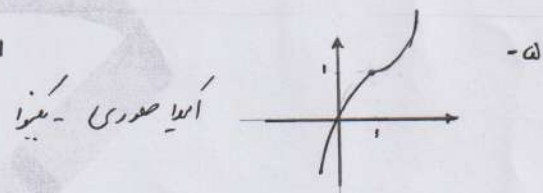
۳- الف، زنی ۱      ب، زنی ۲      ج، زنی ۳

|     |    |   |   |   |
|-----|----|---|---|---|
| $x$ | -۳ | ۰ | ۳ | ۴ |
| $y$ | ۰  | ۱ | ۱ | ۰ |

|                 |    |                |   |               |
|-----------------|----|----------------|---|---------------|
| $\frac{x-1}{2}$ | -۲ | $-\frac{1}{2}$ | ۱ | $\frac{3}{2}$ |
| $y$             | ۰  | ۲              | ۲ | ۰             |



$$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$$



$$1 < 2 < 3 \xrightarrow{\text{رزی } F} f(1) > f(2) > f(3) \quad \neg \rightarrow 2m+3 > -4 \rightarrow m \in \left(-\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} p(2) = 0 &\rightarrow n - 4a + 2b + 1 = 0 \\ p(-1) = 0 &\rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \end{aligned} \quad \begin{cases} -4a + 2b = -1 \\ a - b = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$p(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$2^{-2x} < 2^{3-x^2} \rightarrow -2x < 3-x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 < 0 \quad \left| \begin{array}{c} -1 \\ + \end{array} \right| \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \left| \begin{array}{c} 3 \\ + \end{array} \right| \quad x \in (-1, 3)$$



باسمه تعالی  
اداره کل آموزش و پرورش استان البرز  
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه اکرچ  
راهنمای تصحیح سوالات



نام و نام خانوادگی طراح سوال: ..... تعداد سوالات: ۱۷ پایه / رشته: ریاضی / تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲

درس: حساب ۲

$$x^6 + 32 = (x+2)(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 16x + 16) \quad -9$$

$$T = 2\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \quad -10$$

$$\begin{cases} |a| + C = 5 \rightarrow C = 3, & a = \pm 2 \\ -|a| + C = 1 \end{cases} \quad a > 0 \rightarrow y = 2 \cos \frac{1}{2}x + 3 \quad ; \quad y = 2 \cos(-\frac{1}{2}x) + 3$$

$$2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad -11$$

$$\cos x (2 \cos x - 1) = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\hookrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C \rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin C \quad -12$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = \frac{\frac{\pi}{2}+1}{\pm \infty} = 0 \quad -13$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x+3}{(x+3)^2} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \rightarrow y = -1 \quad \text{مجاوب منفی} \quad -14$$

$$\text{مجاوب منفی} : x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1-x)(1+x)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{x} = \frac{2}{-1} = -2 \quad x = -1 \text{ مجاوب منفی}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad x = 0 \text{ مجاوب منفی}$$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 0^+ \\ | \quad + \quad 0^- \quad 0^+ \end{array}$$



باسمه تعالی  
اداره کل آموزش و پرورش استان البرز  
مدیریت آموزش و پرورش ناحیه اکرچ  
راهنمای تصحیح سوالات



نام و نام خانوادگی طراح سوال: میرزا رضا تعداد سوالات: ۱۷ پایه / رشته: دوره دوم متوسطه تاریخ امتحان: ۱۴۰۲ / ۱۰ / ۱۲  
درس: حساب ۲

۱۵-  $m = 3 \quad A(2, 2)$   
 $y - 2 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 4$

۱۶-  $B \mid \begin{array}{c} 3 \\ 3(3) - 4 = 5 \end{array}$   

| ثابت | ۱ | ۰ | $\frac{1}{3}$ | -۲ |
|------|---|---|---------------|----|
| نقطه | C | B | D             | A  |

۱۷-  $L^+ = L^- = f(2) = 0$  در  $x = 2$  پیوسته است  
 $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4$   
 $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = -4$   
 $f'_+(2) \neq f'_-(2)$  تابع در  $x = 2$  پیوسته نیست